

## Exercices – Multiples et diviseurs - CORRECTION

### Exercice 1 :

- 1) Donner trois multiples de chacun des nombres suivants :
- Multiples de 7 : 0 ; 7 ; 14 ; 21 ; 28 ; 70 ; 700 ...
  - Multiples de 11 : 0 ; 11 ; 22 ; 33 ; 44 ; 110 ; 1100 ...
  - Multiples de 15 : 0 ; 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 150 ; 1500 ...
  - Multiples de 19 : 0 ; 19 ; 38 ; 57 ; 76 ; 190 ; 1900 ...
- 2) Donner tous les diviseurs des nombres suivants :
- Diviseurs de 10 : 1 ; 2 ; 5 ; 10
  - Diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12
  - Diviseurs de 16 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16
  - Diviseurs de 25 : 1 ; 5 ; 25

### Exercice 2 :

- 1) Quels sont les deux plus grands diviseurs de 95 ?  
Diviseurs de 95 : 1 ; 5 ; 19 ; 95  
Les deux plus grands diviseurs de 95 sont donc 19 et 95
- 2) Quels sont les deux plus petits diviseurs de 45 ?  
Diviseurs de 45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45.  
Les deux plus petits diviseurs de 45 sont donc 1 et 3.
- 3) Trouver trois nombres possédant exactement trois diviseurs.  
Voici quelques exemples de nombres qui possèdent trois diviseurs :  
4 ; 9 ; 25 ; 49 ; 121 ...

### Exercice 3 :

- 1) Parmi tous ces nombres, lesquels sont divisibles par 2 ? par 4 ?  
Par 5 ?

	12	14	15	24	60	110	120	245
2	oui	oui		oui	oui	oui	oui	
4	oui			oui	oui		oui	
5			oui		oui	oui	oui	

- 2) Parmi tous ces nombres, lesquels sont divisibles par 3 ? par 9 ?  
32    39    45    72    74    189    439    3459

	32	39	45	72	74	189	439	3459
3		oui	oui	oui		oui		oui
9			oui	oui		oui		

### Exercice 4 :

Je suis un nombre entier compris entre 1509 et 1534. Je suis divisible par 2 et par 3 mais pas par 4 ni par 9. Qui suis-je ?

Le nombre recherché est 1518

## Exercices – Division euclidienne - CORRECTION

### Exercice 5 :

Le célèbre pirate Edward Teach dit « Barbe-noire », pille, en 1718, un navire chargé d'or. Il dit à ses 300 hommes :

« Comptez ces pièces d'or. Partagez-les de façon à ce que chacun en ait le même nombre et donnez-moi le reste ! »

Le décompte montre que le butin s'élève à 6850 pièces d'or. Que peut-on dire de ce partage ?



Écrivons la division euclidienne de 6850 par 300 :

$$6850 = 300 \times 22 + 250$$

Ainsi chaque matelot aura 22 pièce d'or et le capitaine en aura 250. Ce n'est pas un partage très équitable.

### Exercice 6 :

Trouver le quotient et le reste de la division euclidienne de :

a) 45 par 7

$$45 = 7 \times 6 + 3$$

b) 52 par 8

$$52 = 8 \times 6 + 4$$

c) 76 par 12

$$76 = 12 \times 6 + 4$$

d) 100 par 4

$$100 = 4 \times 25 + 0$$

### Exercice 7 :

Dans chaque cas, poser et effectuer la division euclidienne de :

a) 845 par 23

$$845 = 23 \times 36 + 17$$

b) 662 par 41

$$662 = 41 \times 16 + 6$$

c) 336 par 19

$$336 = 19 \times 17 + 13$$

### Exercice 8 :

Le quotient d'une division euclidienne est 24 et son diviseur est 9.

a) Quels sont tous les restes possibles ?

Les restes possibles sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8.

b) En déduire tous les dividendes possibles de cette division

$$24 \times 9 + 0 = 216 \quad 24 \times 9 + 1 = 217 \quad 24 \times 9 + 2 = 218$$

$$24 \times 9 + 3 = 219 \quad 24 \times 9 + 4 = 220 \quad 24 \times 9 + 5 = 221$$

$$24 \times 9 + 6 = 222 \quad 24 \times 9 + 7 = 223 \quad 24 \times 9 + 8 = 224$$

## Exercices – Nombres premiers - CORRECTION

### Exercice 9 :

Appliquer les critères de divisibilité pour expliquer pourquoi chaque nombre n'est pas premier.

a) 145

145 n'est pas premier : il est divisible par 5.

b) 381

381 n'est pas premier : il est divisible par 3.

c) 372

372 n'est pas premier : il est divisible par 3.

d) 156

156 n'est pas premier : il est divisible par 2.

e) 240

240 n'est pas premier : il est divisible par 2.

f) 175

175 n'est pas premier : il est divisible par 5.

### Exercice 10 :

Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

27    37    57    87    59    69    79    89

Les nombres premiers sont : 37 ; 59 ; 79 et 89

### Exercice 11 :

Trouver tous les nombres premiers compris entre 80 et 90

Les nombres premiers entre 80 et 90 sont 83 et 89.

## Exercices – Décomposition en produit de facteurs premiers - CORRECTION

### Exercice 12 :

Julien a écrit «  $180 = 15 \times 12$  est la décomposition en produit de facteurs premiers de 180 ».

A-t-il raison ? Si non, donner la bonne décomposition.



180	2	Julien a tort car 15 et 12 ne sont pas
90	2	premiers.
45	3	
15	3	Ainsi la décomposition en produit de
5	5	facteurs premier de 180 est :
1		$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

### Exercice 13 :

Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers :

a)  $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

b)  $42 = 2 \times 3 \times 7$

c)  $93 = 3 \times 31$

d)  $110 = 2 \times 5 \times 11$

e)  $550 = 2 \times 5 \times 5 \times 11$

f)  $320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

g)  $425 = 5 \times 81$

h)  $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

### Exercice 14 :

1) Effectuer la décomposition en produit de facteurs premiers de 420 et de 330.

$$420 = 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7$$

$$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

2) Quel est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres ? On appellera ce nombre le PGCD.

On sélectionne le produit en commun dans les deux décompositions :  $2 \times 3 \times 5$

Ainsi  $\text{PGCD}(420 ; 330) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

## Exercices – Simplification de fractions - CORRECTION

### Exercice 15 :

1) Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers :

a)  $68 = 2 \times 2 \times 17$

b)  $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

c)  $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

2) Rendre irréductible chaque fraction :

En utilisant les résultats de la première question, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{96}{68} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 17} \\ &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{17} \\ &= \frac{24}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{180}{96} &= \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} \\ &= \frac{3 \times 5}{2 \times 2 \times 2} \\ &= \frac{15}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{68}{180} &= \frac{2 \times 2 \times 17}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} \\ &= \frac{17}{3 \times 3 \times 5} \\ &= \frac{17}{45} \end{aligned}$$

### Exercice 16 :

Rendre irréductible chaque fraction en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\text{a) } \frac{48}{75} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 5} = \frac{16}{25}$$

$$\text{b) } \frac{126}{180} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{7}{10}$$

$$\text{c) } \frac{360}{252} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{10}{7}$$

$$\text{c) } \frac{220}{100} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 11}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{11}{5}$$

### Exercice 17 :

Le grand livre de Merlin est ouvert à la double page de la recette de la potion magique pour être fort en maths. Les numéros de ces deux pages sont composés chacun de trois chiffres différents.

Le produit de ces six chiffres est égal à 2400. Quel est le numéro de la première page de la recette ?



Décomposons 2400 en produit de facteurs premiers.

$$2400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$\text{Soit } 2400 = 2 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5$$

Les deux numéros de pages sont donc

- Soit 542 et 543

- Soit 452 et 453

## Exercices – PGCD - CORRECTION

### Exercice 18 :

1) Effectuer la décomposition en produit de facteurs premiers de 60 et de 84.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

2) Quel est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres ? On appellera ce nombre le PGCD.

Le plus grand diviseur commun entre ces deux nombres est  $2 \times 2 \times 3$  soit 12.  
Donc  $\text{PGCD}(60 ; 84) = 12$

3) Calculer :

a)  $\text{PGCD}(25 ; 35)$

$$25 = 5 \times 5$$

$$35 = 5 \times 7$$

$$\text{Donc } \text{PGCD}(25 ; 35) = 5$$

b)  $\text{PGCD}(36 ; 48)$

$$36 = 6 \times 6$$

$$48 = 6 \times 8$$

$$\text{Donc } \text{PGCD}(36 ; 48) = 6$$

c)  $\text{PGCD}(75 ; 125)$

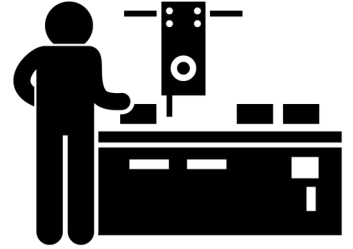
$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$\text{Donc } \text{PGCD}(75 ; 125) = 5 \times 5 \\ = 25$$

### Exercice 19 :

Une ouvrière dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Elle a reçu la consigne suivante : « Découpez dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »



1) a) Peut-elle choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ?

Non car 88 n'est pas un multiple de 10.

b) Peut-elle choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ?

Oui car 88 et 110 sont divisibles par 11.

2) On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.

a) Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

Calculons le plus grand diviseur commun de 88 et 110.

$$88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

$$\text{Donc } \text{PGCD}(88 ; 110) = 2 \times 11 = 22$$

La longueur d'un carré est donc de 22 cm.

b) Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?

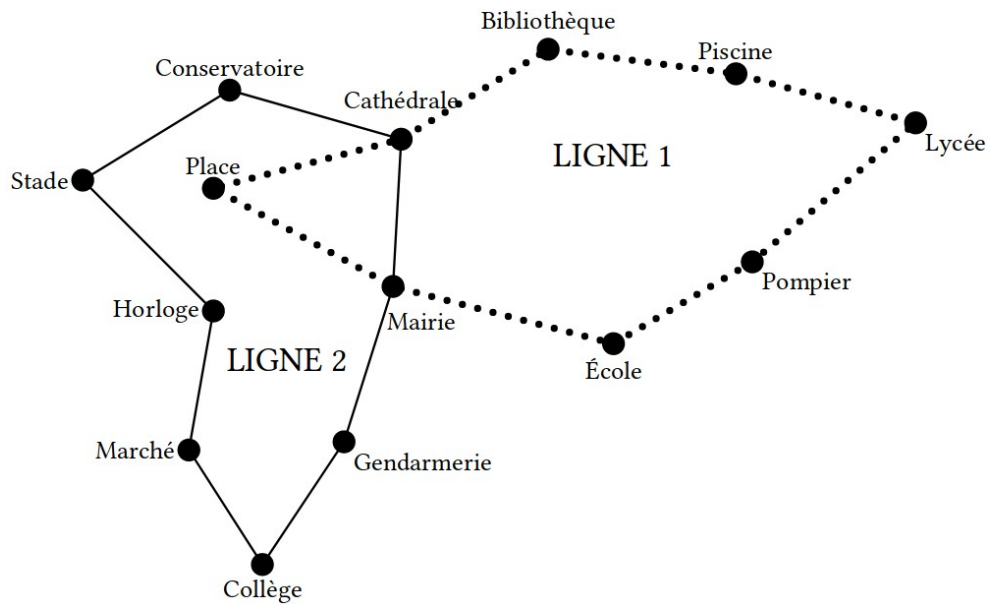
Pour la longueur :  $110 \div 22 = 5$  Il y aura donc 5 carrés en longueur.

Pour la largeur :  $88 \div 22 = 4$  Il y aura donc 4 carrés en largeur.

$$5 \times 4 = 20 \quad \text{Il y aura donc 20 carrés sur la plaque.}$$

## Exercice Supplémentaire - La ligne de bus - CORRECTION

Voici le plan de deux lignes de bus



C'est à 6 h 30 que les deux bus des lignes 1 et 2 partent de l'arrêt « Mairie » dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le bus de la ligne 1 met 3 minutes entre chaque arrêt (temps de stationnement compris), tandis que le bus de la ligne 2 met 4 minutes.

Tous les deux vont effectuer le circuit complet un grand nombre de fois. Ils s'arrêteront juste après 20 h. Est-ce que les deux bus vont se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt « Mairie » en même temps ? Si oui, donner tous les horaires précis de ces rencontres.

La ligne 1 comporte 8 arrêts. La ligne 2 comporte 8 arrêts également.

Donc, le temps de bus pour la ligne 1 est de  $8 \times 3 = 24$  min.

le temps de bus pour la ligne 2 est de  $8 \times 4 = 32$  min.

Nous recherchons donc le plus petit multiple commun à 24 et 32.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Nous remarquons qu'il faudrait simplement rajouter  $\times 2 \times 2$  à 24 et  $\times 3$  à 32 pour que le nombre soit le même.

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96.$$

Les bus se retrouveront donc toutes les 96 minutes soit toutes les 1h36.

Voici les horaires précis de leur rencontre :

6h30 - 8h06 - 9h42 - 10h18 - 11h54 - 13h30 - 15h06 - 16h42 - 17h18 - 18h54