Exercices – Notion de fonctions - Correction

Exercice 1 :

Soit le programme suivant :

- Choisir un nombre x.
- Prendre son carré.
- Multiplier par 3.
- Ajouter 5

Écris l'expression de la fonction définie par ce programme.

La fonction définie par ce programme est :
$f(x) = 3x^2 + 5$

Exercice 2 :

À toute longueur x, on fait correspondre l'aire d'un carré de côté x.

Écrire une expression de la fonction f ainsi définie.

La fonction définie par ce programme est :
$f(x) = x^2$

Exercice 3 :

À toute longueur x, on fait correspondre la longueur du cercle en fonction du rayon x.
Écrire une expression de la fonction g ainsi définie.

La fonction définie par ce programme est :
$g(x) = 2\pi x$

Exercice 4 :

À toute longueur x, on fait correspondre le volume d'une pyramide de base 5 cm² et de hauteur x.
Écrire une expression de la fonction h ainsi définie.

Aide : $V_{\text{pyramide}} = \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

La fonction définie par ce programme est : $g(x) = \dfrac{5 \times x}{3}$

Exercices – Déterminer une image - Correction

Exercice 5 :

1) On considère une fonction f telle que $f(3) = -2$.
Compléter la phrase suivante :
L'image de 3 par la fonction f est -2.

2) On considère une fonction g telle que $7 = g(8)$.
Compléter la phrase suivante :
L'image de 8 par la fonction g est 7.

Exercice 6 :

On considère une fonction h telle que :

$h(2) = 3$ $h(3) = 2$ $h(-1) = 0$
$h(1) = -2$ $h(-2) = 3$ $h(0) = 1$

1) Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?
L'image de -2 par la fonction h est 3

2) Quelle est l'image de -1 par la fonction h ?
L'image de -1 par la fonction h est 0

3) Quelle est l'image de 0 par la fonction h ?
L'image de 0 par la fonction h est 1

Exercice 7 :

x	-3	-1	1	2	3
$f(x)$	-1	0	1	-1	2

1) Donner $f(1)$ et $f(-3)$.

$f(1) = 1$ et $f(-3) = -1$

2) Dans ce tableau, Quelle est l'image de 2 ?
L'image de 2 par la fonction f est -1

3) Dans ce tableau, Quelle est l'image de -1 ?
L'image de -1 par la fonction f est 0

Exercice 8 :

Soit les fonctions :
$f(x) = 2x - 7$ $g(x) = x^2 + 2$ et $h(x) = -x + 5$

a) Calculer $f(4)$

$f(4) = 2 \times 4 - 7$

$f(4) = 8 - 7$

$f(4) = 1$

b) Calculer l'image de -2 par f

$f(-2) = 2 \times (-2) - 7$

$f(-2) = -4 - 7$

$f(-2) = -11$

c) $h(-2)$

$h(-2) = -(-2) + 5$

$h(-2) = 2 + 5$

$h(-2) = 7$

d) Calculer l'image de -4 par g

$g(-4) = (-4)^2 + 2$

$g(-4) = 16 + 2$

$g(-4) = 18$

Exercices – Déterminer un antécédent - Correction

Exercice 9 :

On considère une fonction h telle que $h(-8) = 21$.
Compléter les phrases suivantes :

L'image de **-8** par la fonction $\boldsymbol{h}$ est **21**

Un antécédent de 21 par la fonction $\boldsymbol{h}$ est -8

Exercice 10 :

x	-6	-2	2
$f(x)$	-2	0	2

1) Quel est l'antécédent de -2 ?

L'antécédent de –2 est –6.

2) Quel est l'antécédent de -6 ?

Il n'y a pas d'antécédent de -6.

3) Quel est l'antécédent de 0 ?

L'antécédent de 0 est –0.

Exercice 11 :

Soit les fonctions : $f(x) = -3x + 4$ $\quad g(x) = x^2 - 5$ $\quad$ et $\quad h(x) = -x + 2$

Calculer :

1) $f(2)$

$f(2) = -3 \times 2 + 4$

$f(2) = -6 + 4$

$f(2) = -2$

2) $g(4)$

$g(4) = 4^2 - 5$

$g(4) = 16 - 5$

$g(4) = 11$

3) Un antécédent de -11 par f

$-3x + 4 = -11$

$-3x = -15$

$x = 5$

Un antécédent de -11 par f est 5.

4) Un antécédent de 5 par h

$-x + 2 = 5$

$-x = 3$

$x = -3$

Un antécédent de 5 par h est -3.

5) Un antécédent de 20 par g

$x^2 - 5 = 20$

$x^2 = 25$

$x = 5$ ou $x = -5$

Les antécédents de 20 par g sont 5 et –5.

Exercice en autonomie – Calculer une image et un antécédent - Correction

Exercice 12 : Calculer l'image ou l'antécédent. Les questions étoilées sont facultatives

1) Soit la fonction $f(x) = -5x - 8$

L'image de 2 est -18

2) Soit la fonction $g(x) = 3x + 7$

L'image de -1 est 4

3*) Soit la fonction $h(x) = -\frac{7}{6}x + 3$

L'image de 2 est $\frac{2}{3}$

4) Soit la fonction $m(x) = -6x - 2$

L'antécédent de -8 est 1

5) Soit la fonction $n(x) = 8x + 2$

L'antécédent de 12 est 1,25

6*) Soit la fonction $p(x) = x^2 - 9$

Les antécédents de 16 sont 5 et -5

7) Soit la fonction $f(x) = -3x^2 - 8$

L'image de –3 est –35

8) Soit la fonction $g(x) = 4x + 11$

L'image de –5 est –9

9*) Soit la fonction $h(x) = 7 - \frac{5}{2}x$

L'image de –3 est $\frac{29}{2}$

10) Soit la fonction $j(x) = -11x + 6$

L'antécédent de -2 est $\frac{8}{11}$

11) Soit la fonction $k(x) = -7x + 5$

L'antécédent de 12 est –1

12*) Soit la fonction $l(x) = 3x^2 - 9$

Les antécédents de 3 sont 2 et –2

Exercices – Graphique d'une fonction - Correction

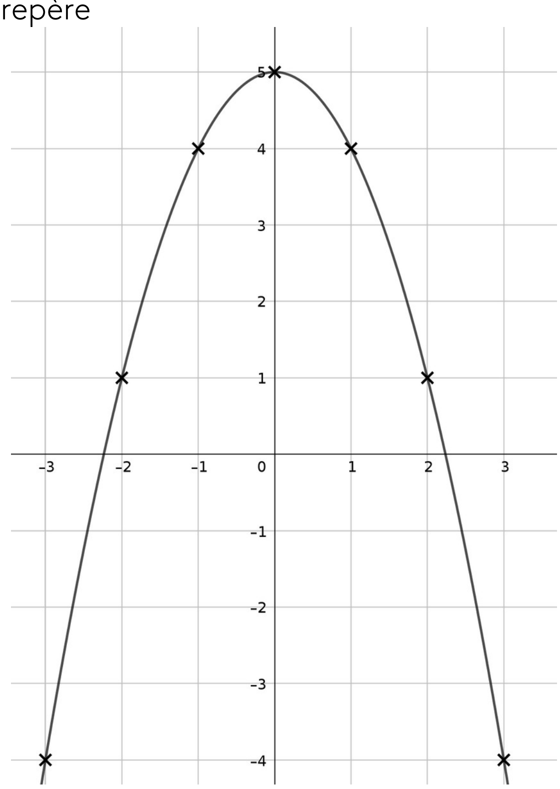
Exercice 13 :

La fonction f est définie par $f(x) = 5 - x^2$ pour des valeurs de x comprises entre –3 et 3.

1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

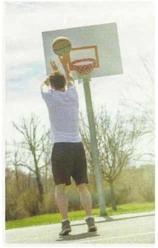
x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x)$	–4	1	4	5	4	1	–4

2) Tracer la courbe représentative de f dans un repère



Exercice 15 :

Le tableau ci contre donne la hauteur d'un ballon de basket lors d'un lancer franc en fonction du temps.



On note h la fonction ainsi définie.

Temps (en s)	Hauteur (en m)
0	2,4
0,1	3
0,2	3,6
0,3	4
0,4	4,3
0,5	4,4
0,6	4,4
0,7	4,2
0,8	3,8
0,9	3,4
1	3

1) Que signifie pour cette situation $h(0) = 2,4$?

Au départ, le ballon est à 2,4m de hauteur

2) Lire $h(0,5)$.

$h(0,5) = 4,4$

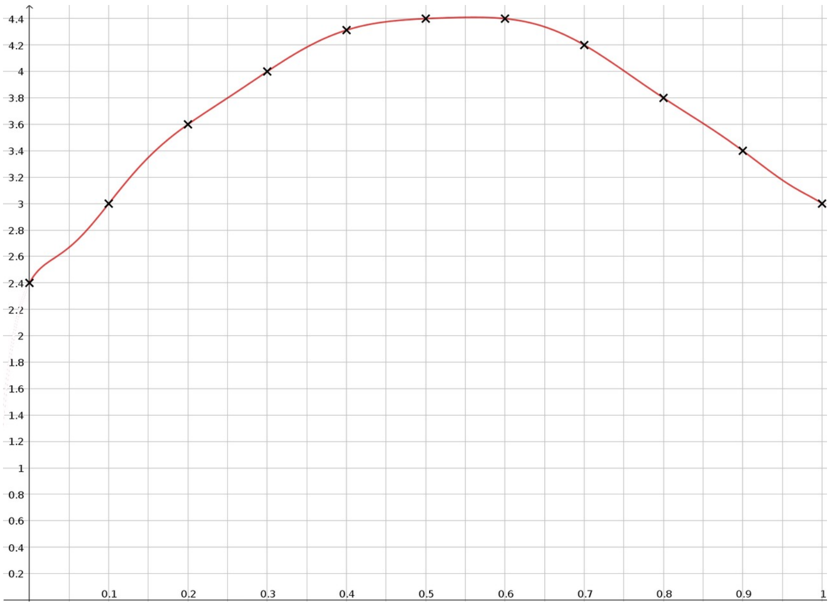
3) Lire les antécédents de 3 par h.

Les antécédent de 3 par h sont 0,1 et 1

4) Tracer un repère avec pour unité :

- 1 cm pour 0,1 s en abscisse
- 1 cm pour 0,4 m en ordonné

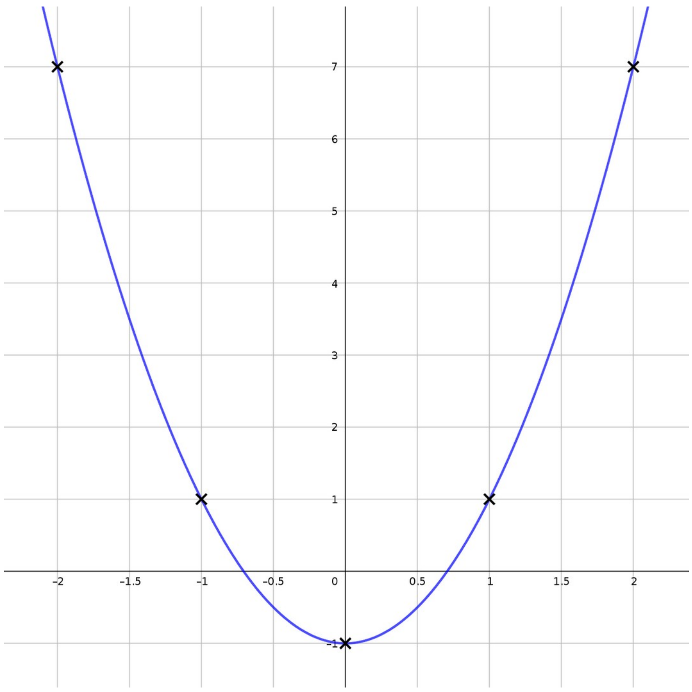
5) Représenter graphiquement ce tableau.



Exercice 14 :

La fonction g est définie par $g(x) = 2x^2 - 1$.
Après avoir fait un tableau de valeur, représenter graphiquement, la fonction g pour x compris entre –2 et 2

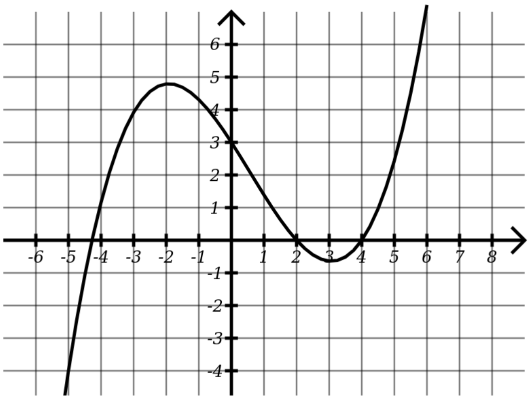
x	–2	–1	0	1	2
$f(x)$	7	1	–1	1	7



Exercices – Lecture Graphique - Correction

Exercice 16 :

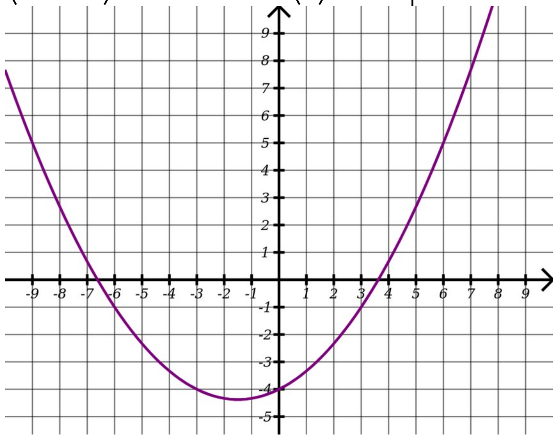
On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction f. Déterminer par lecture graphique les images de -5, de -3 et de 4 par cette fonction f.



L'image de -5 par f est -4.
L'image de -3 par f est 4.
L'image de 4 par f est 0.

Exercice 17 :

On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction g. Déterminer par lecture graphique le (ou les) antécédent(s) de 5 par cette fonction g.

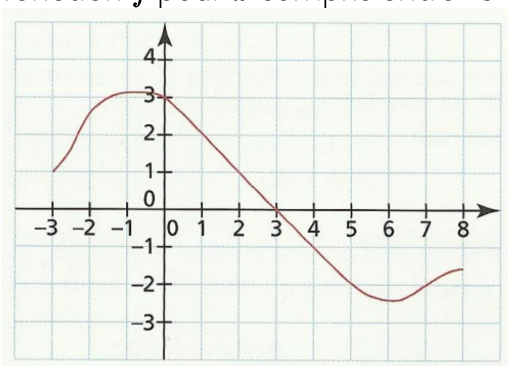


Les antécédents de 5 par g sont -9 et 6.

Exercices – Lecture Graphique - Correction

Exercice 15

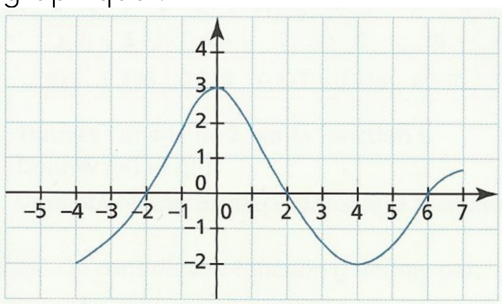
On considère la représentation graphique d'une fonction f pour x compris entre -3 et 8.



1) L'image de 4 par f est -1.
2) $f(0)=3$. **3)** $f(-3)=1$.
4) Des antécédents de 1 par f sont -3 et 2
5) Il n'y a pas d'antécédents de 4 par f.

Exercice 16

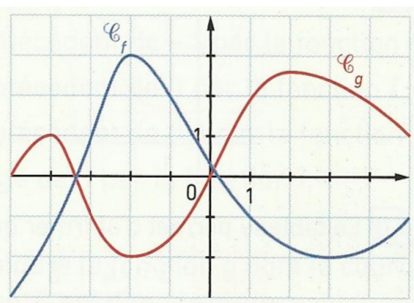
On considère la représentation graphique d'une fonction g pour x compris entre -4 et 7.
Lire sur le graphique :



1) L'image de 4 par g est -2.
2) $g(0) = 3$.
3) $g(-4) = -1$
4) Des antécédents de 0 par g sont -2 ; 2 et 6

Exercice 17

On a représenté ci dessous les courbes de deux fonctions f et g :



Compléter les phrases suivantes :

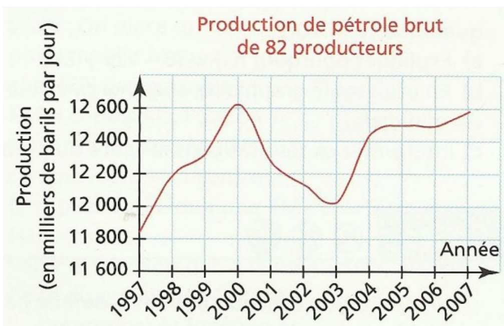
1) L'image de -2 par la fonction f est 3.

2) Un antécédent de -1 par la fonction g est -3

3) Un antécédent de -2 par la fonction f est 3

Exercice 18

On considère la fonction p définie par la courbe suivante



1) Lire l'image de 2000 par la fonction p.
L'image de 2000 est 12620

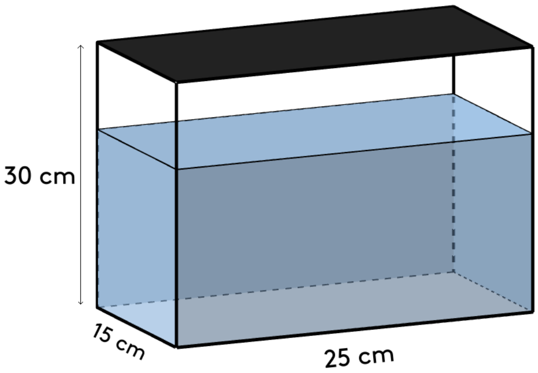
2) Combien vaut $p(2006)$? $p(2006) = 12\,500$

3) Chercher le ou les antécédents de 12200 par p. Interpréter ce résultat dans le cadre du problème.
Les antécédents de 12200 par p sont 1998, 2001 et 2003. La production de 12 200 000 barils de pétroles par jour a été atteinte en 1998, 2001 et 2003.

Exercice 19 :

On remplit d'eau un aquarium dont les dimensions sont données ci-dessous.

On appelle x la hauteur d'eau dans l'aquarium.



1) Exprimer le volume $V(x)$ d'eau dans l'aquarium en fonction de x.

$V(x)$ = Longueur × largeur × hauteur
$V(x) = 25 \times 15 \times x$
$V(x) = 375x$
Le volume d'eau dans l'aquarium est de $375x$

2) Quelle est l'image de 10 par la fonction V ?
$V(10) = 375 \times 10$
$V(10) = 3750$
L'image de 10 est 3750

3) Pour quelle valeur de x, $V(x)$ est-il égal à 6 L ? Arrondir au millimètre.

On sait que le volume est exprimé en cm³ et que 6L = 6000 cm³. On fait donc :

$V(x) = 6000$

$375x = 6000$

$$x = \frac{6000}{375}$$

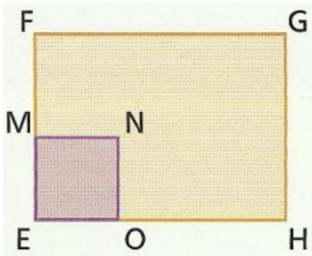
$x = 16$

Ainsi le volume est de 6L quand la hauteur d'eau est de 16 cm.

Exercice 20 :

On place un point mobile M sur le côté [EF] du rectangle EFGH ci-dessous.

Puis, on construit le carré MNOE comme indiqué ci-contre.



On appelle x la longueur EM ; EF = 3 cm et FG = 4 cm.

Soit f la fonction qui, à la longueur x, associe l'aire du polygone FGHONM.

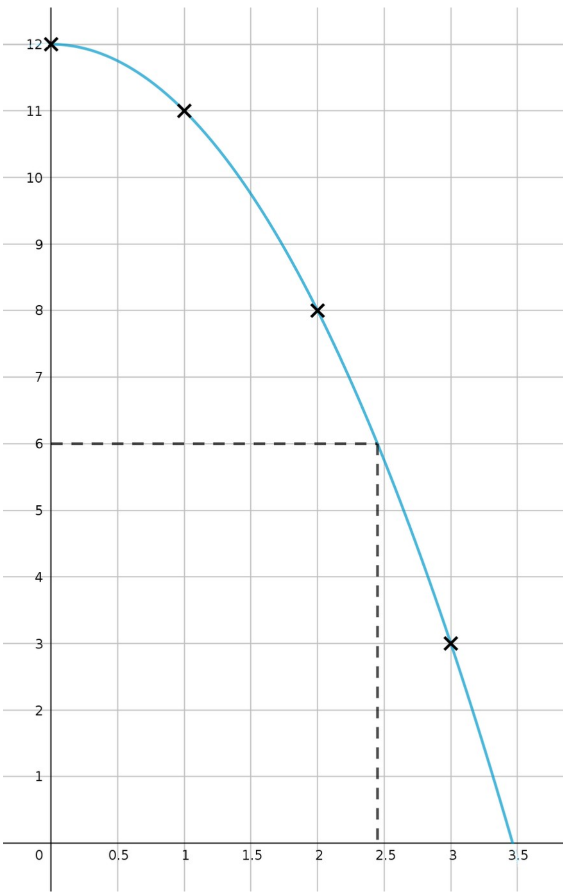
1) Déterminer la fonction f.

$f(x) = 3 \times 4 - x^2$

$f(x) = 12 - x^2$

2) Après avoir complété un tableau de valeurs, représenter graphiquement la fonction f pour x compris entre 0 et 3.

x	0	1	2	3
$f(x)$	12	11	8	3



3) En utilisant la représentation graphique de f, donner le plus précisément possible :

a) L'image de 2 par f est 8; **b)** $f(1) = 11$;

c) La valeur pour laquelle l'aire de FGHONM est égale à la moitié de celle de EFGH est environ 2,45.

Exercice 21 : Repas de groupe

Un groupe de cent personnes vont ensemble au restaurant. Elles ont le choix entre deux formules : une à 20€ et une autre à 25€.

1) On appelle x le nombre de personnes choisissant le menu à 20€. Exprimer le montant de l'addition A(x) en fonction de x.

x est le nombre de personnes choisissant le menu à 20 €.

Il y a 100 personnes, si x personnes choisissent le menu à 20 €, alors $(100 - x)$ personnes choisissent le menu à 25 €.

Donc l'addition $A(x) = x \times 20 + (100 - x) \times 25$

$A(x) = 20x + 100 \times 25 - x \times 25$

$A(x) = 20x + 2500 - 25x$

$A(x) = 2500 - 5x$

Ainsi l'addition totale sera de $2500 - 5x$.

2) Le montant de l'addition est de 2 185€. Combien de personnes ont choisi le menu à 20€ ?

Le montant de l'addition est de 2185 €. Et nous avons trouvé à la question précédente qu'il s'élève également à $2500 - 5x$

Ainsi $2500 - 5x = 2185$

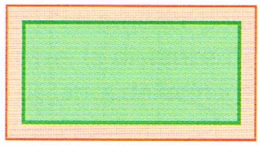
Il faut donc résoudre cette équation.

$$2500 - 5x = 2185$$
$$2500 - 5x - 2500 = 2185 - 2500$$
$$-5x = -315$$
$$x = -315 \div (-5)$$
$$x = 63$$

Il y a donc 63 personnes qui ont eu un menu à 20€.

Exercice 22 : Le jardin

Un terrain rectangulaire de 30m par 16m est composé d'une allée de largeur constante x qui en fait le tour et, au centre, d'une partie végétalisée.



1) Exprimer l'aire A(x) de la partie végétalisée en fonction de x.

Je calcule directement la longueur et la largeur du rectangle vert :

La longueur est de $(30 - 2x)$

La largeur est de $(16 - 2x)$

Ainsi $A_{\text{Rectangle vert}} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

$A_{\text{Rectangle vert}} = (30 - 2x) \times (16 - 2x)$

$A(x) = (30 - 2x) \times (16 - 2x)$

2) Calculer A(2) et interpréter concrètement ce résultat.

Calculons A(2) :

$A(2) = (30 - 2 \times 2) \times (16 - 2 \times 2)$

$A(2) = (30 - 4) \times (16 - 4)$

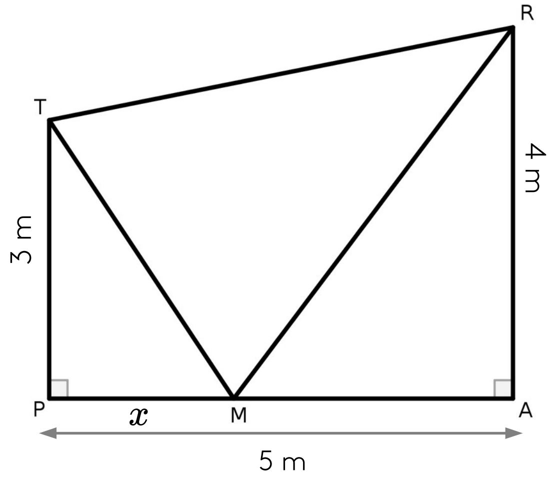
$A(2) = 26 \times 12$

$A(2) = 312 \text{ m}^2$

Ainsi lorsque l'allée a une largeur de 2m, l'aire de la partie végétalisée est de 312 m².

Exercice 23 :

TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que TP = 3 cm ; PA = 5 cm ; AR = 4 cm.
M est un point variable du segment [PA] et on note x la longueur du segment [PM].



1) Donner les valeurs entre lesquelles x peut varier.

x peut varier entre 0 et 5 m.

2) Calculer les aires des triangles PMT et RMA quand x = 1.

$A_{PMT} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

$A_{PMT} = \dfrac{PM \times TP}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{MA \times AR}{2}$

$A_{PMT} = \dfrac{1 \times 3}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{4 \times 4}{2}$

$A_{PMT} = 1{,}5$ $\quad$ $A_{RMA} = 8 \text{ m}^2$

3) Calculer les aires des triangles PMT et RMA.

$A_{PMT} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

$A_{PMT} = \dfrac{PM \times TP}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{MA \times AR}{2}$

$A_{PMT} = \dfrac{x \times 3}{2}$ $\quad$ $A_{RMA} = \dfrac{(5 - x) \times 4}{2}$

$A_{PMT} = 1{,}5x \text{ m}^2$ $\quad$ $A_{RMA} = 2(5 - x) \text{ m}^2$

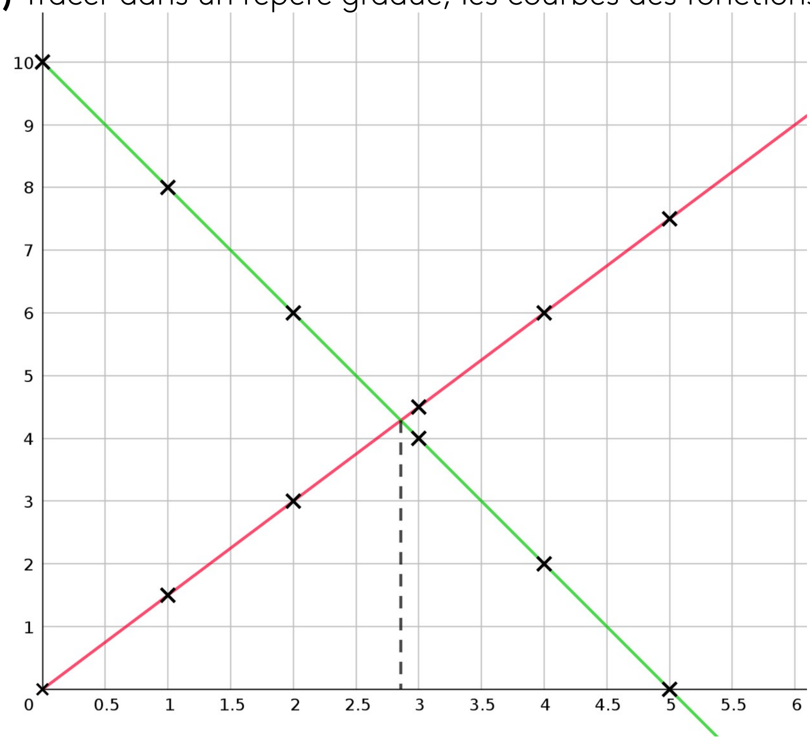
$A_{RMA} = 10 - 2x \text{ m}^2$

4) • Soit f la fonction qui a x associe l'aire du triangle PMT.
• Soit g la fonction qui a x associe l'aire du triangle RMA.

Remplir le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	1,5	3	4,5	6	7,5
$g(x)$	10	8	6	4	2	0

5) Tracer dans un repère gradué, les courbes des fonctions f et g.



6) Lire graphiquement la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales.

Les deux aires sont égales pour environ x = 2,8.

7) Retrouver cette valeur par le calcul

Il faut que $A_{PMT} = A_{RMA}$

Donc :

$$1{,}5x = 10 - 2x$$
$$3{,}5x = 10$$
$$x = \frac{10}{3{,}5}$$
$$x \approx 2{,}86$$

Pour que les deux aires soient égales, il faut que x soit égal à $\dfrac{10}{3{,}5}$ soit environ 2,86.